

表层土渗透系数空间变异与随机模拟研究

李少龙, 张家发, 张 伟, 肖 利

(长江科学院 水利部岩土力学与工程重点实验室, 武汉 430010)

摘 要: 在汉江遥堤典型堤段对堤后 200 m×100 m 范围内表层土取样进行渗透性试验, 基于试验结果分析了土体渗透系数的随机性和结构性的空间变异特征, 结果表明细砂渗透系数在水平方向具有各向同性, 空间结构可用指数模型描述。采用转向带法进行渗透系数随机场模拟, 从基本统计量、空间结构等方面进行的分析表明, 转向带法模拟结果保持了原随机场的统计特性, 具有较好的收敛性。

关 键 词: 空间变异性; 随机场; 蒙特卡罗模拟; 转向带法; 渗透系数

中图分类号: TV 223.4; TB 115

文献标识码: A

Study of spatial variability and stochastic modeling of surface soil permeability

LI Shao-long, ZHANG Jia-fa, ZHANG Wei, XIAO Li

(Key Laboratory of Geotechnical Mechanics and Engineering of Ministry of Water Resources,
Yangtze River Scientific Research Institute, Wuhan 430010, China)

Abstract: The surface soil permeability is tested on the soil samples taken from a region of 200 m by 100 m in a typical stretch of Yaodi Dyke of Hanjiang River. Taking the test results as samples, both random and structural spatial properties of soil permeability are analyzed. It is shown that the permeability of sandy soil in the research area is horizontally isotropic; and the exponential model can describe its spatial correlation structure. Turning bands method is adopted to simulate the permeability random field. The basic statistics and spatial structure of the simulated results are checked. It is shown that the generated realizations of the turning bands method preserve the statistical properties of the original random field; and the turning bands method has acceptable convergence.

Key words: spatial variability; random field; Monte Carlo simulation; turning bands method; permeability

1 引 言

土体在其形成和改造过程中, 受多种因素影响, 性质十分复杂, 具有显著的空间变异性, 表现为土的性质既有随机性又有一定的相关性, 这种空间变异性可以用随机场进行模拟。土性参数的随机场模型在岩土工程的随机有限元分析或可靠度分析中得到了广泛应用, 如 Monte-Carlo 随机有限元法需要多次模拟实现才能得到较高精度的结果, 因而土性参数随机场模拟显得较为重要。20 世纪 60 年代创立并发展起来的地质统计学^[1], 为岩土体参数的空间变异分析和模拟提供了一种科学的方法, 已在参数随机场的离散^[2]和岩土体参数空间插值^[3]等方面得到了初步应用。

对于岩土工程中的渗流问题而言, 如堤防渗流计算分析与控制, 土体的渗透系数是非常重要的水力特性参数, 关系到模型计算结果的可靠程度。因此, 分析土体渗透系数的空间变异特征并对其空间分布进行模拟具有十分重要的意义。本文在堤内表层砂性土渗透系数试验资料的基础上, 采用地质统计学的原理和方法分析渗透系数的空间相关结构, 利用转向带法对渗透系数随机场进行模拟。

2 试验方案及统计分析

进行空间变异性分析和建立随机场模型要以大量的实测数据为基础, 本文以堤内砂性土渗透试验资料进行分析, 试验地点在湖北省汉江遥堤某堤段。根据勘察资料^[4], 汉江遥堤座落在第四系全新

统冲击层上, 按照堤基结构划分, 单一砂性土堤基及上砂性土下黏性土的双层结构堤基的上部是以粉细砂和砂壤土为主, 占整个堤段的 19.42 %, 可见砂性土在遥堤堤基上部土层中占有较大比例。

岩土工程中一般根据 Vanmarcke 提出的土性剖面随机场模型, 利用静力触探资料推求土层垂直方向的统计特征, 而对水平方向空间相关性研究不多, 原因之一就是水平向勘察布孔的间距往往较大, 不能满足空间相关性推断的采样要求。文献[5]探讨了用剪切波速试验资料计算水平向相关距离的可行性。文献[6]在砂壤土试验田块表层布设试验点, 分析了土壤水分运动参数的水平向空间变异结构。本文研究渗透系数的水平向空间变异性, 并进行随机场模拟。

研究区为堤内距压浸平台 50 m 的规则长方形田块, 平行堤轴线方向 (y 方向) 长 200 m, 垂直堤轴线方向 (x 方向) 宽 100 m。沿两个方向每隔 20 m 取样, 同时在 y 轴方向选取 1 条取样线、在 x 轴方向选取 2 条取样线, 每隔 5 m 取样, 取样点平面布置如图 1 所示。取样深度为地表以下 50 cm 左右, 取样范围内土性相对均匀, 室内定名为细砂。对其中 76 个取样点, 在现场挖坑取大样进行室内渗透试验, 土样按实际颗粒级配和干密度制备。试验对象为细砂, 在取样过程中对土样有一定扰动, 但可以认为颗粒级配和干密度是控制其土性的主要因素, 按其实测天然值制作试样能够反映土体实际渗透性。

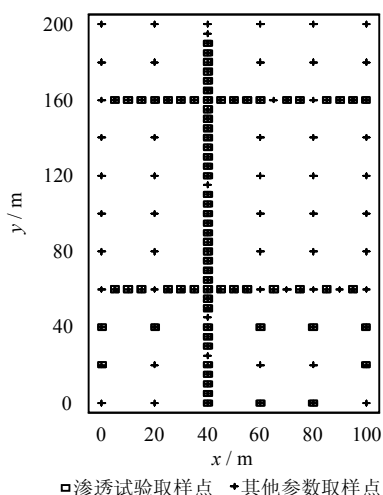


图 1 取样布置

Fig.1 Sketch of sample locations

试验所得渗透系数 K 如图 2 所示。对 76 组渗透系数试验数据的初步分析中发现 K 近似呈对数正态分布, 用 3σ 法则进行异常值检验, 剔除 1 组异

常值。将对数变换后的数据用正态性检验方法中 Dagustino 的 D 检验法进行检验, 在 5 % 的显著性水平条件下接受对数渗透系数服从正态分布, 其均值为 -4.15, 方差为 0.152。在下面的地质统计学分析中将对数渗透系数作为分析对象。

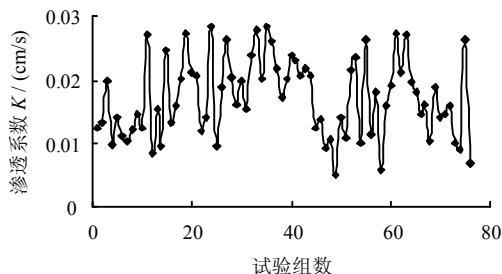


图 2 渗透系数测量值

Fig.2 Measured permeability

变异函数是地质统计学研究空间变异性的主要工具, 它可以描述土性参数的空间变异结构, 其基于样本的计算式为

$$\gamma^*(h) = \frac{1}{2N(h)} \sum_{i=1}^{N(h)} [z(x_i + h) - z(x_i)]^2 \quad (1)$$

式中: $\gamma^*(h)$ 为实验变异函数; h 为样本对的间距; $N(h)$ 为间距为 h 的样本对的数目; $z(x)$ 为土性参数在点 x 处的值。由于渗透系数的试验数据主要分布在 x 方向和 y 方向, 根据式 (1) 计算了这两个相互垂直的方向上的实验变异函数, 计算结果如图 3 所示。

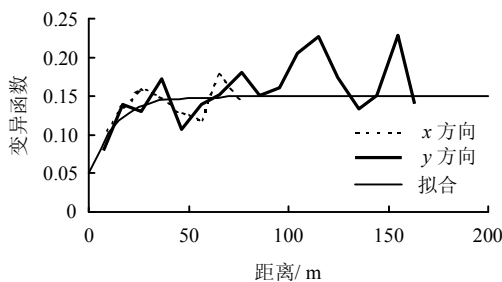


图 3 实验变异函数的计算与拟合

Fig.3 Calculation and fitness of experimental variogram

从图 3 可以看出, x 方向和 y 方向上的实验变异函数非常接近, 可以认为对数渗透系数具有各向同性结构, 可用一个统一的变异函数来表示不同方向上的变异。用不同模型进行实验变异函数拟合, 并进行交叉验证, 选用指数模型时取得了较优的拟合效果, 变异函数表达式为

$$\gamma(h) = C_0 + C_1[1 - \exp(-h/a)] \quad (2)$$

式中: C_0 为块金值; C_1 为拱高; a 为表示相关性的

参数。各参数的拟合值分别为 0.05、0.1 和 12.7。

尽管本文试验场地的土体相对均匀,分析表明渗透系数仍然存在一定的空间变异性。实际上,不同土类之间有空间变异,同一土类也存在空间变异性。文献[5]利用建筑工程场地的勘察资料,分别计算了粉土和粉质黏土的水平方向相关距离。文献[6]的试验研究表明,30 m×30 m 田块表层的砂壤土渗透系数具有空间变异性。这些试验资料的统计分析同时都说明了单一土壤的空间变异具有各向同性,这可能是由土层结构的横观各向同性所引起^[5]。本文对细砂渗透系数资料的地质统计学分析所得结果与已有相关研究结果是一致的。

3 转向带法基本原理

进行 Monte-Carlo 模拟时需要根据随机场的空间变异结构来重现渗透系数的空间分布,在随机场模拟中,谱展开法、协方差分解法^[7]、KL 展开法^[8]等都得到了应用。转向带法^[9-10]是地质统计学中应用较早的方法,由于采用了降维的思想,模拟效率较高,尤其适合于各向同性随机场的模拟,在采矿、水文地质、环境工程等问题中得到广泛应用。

转向带法不直接进行高维随机场的模拟,而是先在若干条不同方向的直线上独立地模拟一维线过程,然后,用线过程的相应模拟值的加权平均作为高维场的模拟值。设 D 是需要模拟的二维区域,在模拟区域内任选一个原点 O ,从 O 出发作 L 条直线,记为 i ,其方向向量为 $\mathbf{u}_i$,均匀分布在单位圆上。沿每条直线独立地产生一维 2 阶平稳离散过程 $z_i(\xi)$, ξ 为线 i 上的坐标。设 P 为 D 内的一个点,位置向量为 $\mathbf{x}_p$,它在线 i 上的投影坐标为 $\xi_{pi} = \mathbf{x}_p \cdot \mathbf{u}_i$ 。对区域内的每一个点 P ,分别从 L 条直线上的一维就实现可以得到 L 个模拟值 $z_i(\xi_{pi}) = z_i(\mathbf{x}_p \cdot \mathbf{u}_i)$ 。最后,点 P 的模拟值由下式确定:

$$z_s(\mathbf{x}_p) = \frac{1}{\sqrt{L}} \sum_{i=1}^L z_i(\mathbf{x}_p \cdot \mathbf{u}_i) \quad (3)$$

文献[11]应用转向带法,对北京东郊污灌土壤表层微量元素含量的空间分布进行了模拟。文献[12]应用转向带法,模拟了引黄灌区水盐监测区的土壤含水量和盐分的空间变异性,这些研究是从多维场的协方差函数得到一维的协方差函数,然后用滑动平均法进行一维模拟。这种方法对二维场的模拟而言较难实施,而利用协方差函数与谱密度函数的傅里叶变换进行模拟能取得较好的效果^[9-10],本文也采用谱方法实施转向带模拟。

4 渗透系数随机场模拟

本文采用转向带法生成渗透系数随机场的主要步骤如下:

首先,产生相互独立的服从均匀分布的伪随机数。先在 $(0, 1)$ 区间上用混合同余法产生均匀分布随机数,其递推公式为

$$\left. \begin{aligned} u_i &= (Au_{i-1} + C), (\text{mod } M) \\ t_i &= u_i / M, (i=1, 2, \dots, n) \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

式中: A 、 C 和 M 为选定的常数。用下式将随机数序列 $\{x_i\}$ 转换为任意区间 (a, b) 上的均匀分布随机数序列 $\{r_i\}$:

$$r_i = a + (b - a)t_i \quad (5)$$

然后,用谱方法产生一维线过程。在 2 阶平稳条件下协方差函数与变异函数的关系为 $C(h) = \sigma^2 - \gamma(h)$,相应于指数模型协方差函数的一维谱密度为

$$S_1(\omega) = \frac{\sigma^2 a^2 \omega}{2(1 + a^2 \omega^2)^{3/2}} \quad (6)$$

线 i 上的一维过程由式 (7) 产生。

$$z_i(\zeta) = 2 \sum_{k=1}^M \sqrt{S_1(\omega_k) \Delta \omega} \cos(\omega'_k \zeta + \phi_k) \quad (7)$$

式中: ϕ_k 为区间 $[0, 2\pi]$ 均匀分布的相位角;频率 $\omega_k = (k - 1/2)\Delta\omega$, $\omega'_k = \omega_k + \delta\omega$, $k=1, \dots, M$ 。频率的最大取值为 Ω ,频率离散步长为 $\Delta\omega = \Omega/M$, M 是谐波数; $\delta\omega$ 为用来避免周期性的一个小的随机频率,均匀分布在区间 $[-\Delta\omega'/2, \Delta\omega'/2]$, $\Delta\omega' \ll \Delta\omega$ 。

最后,由一维线过程加权求和得到二维模拟场。将二维平面的点正交投影到各线 i 上,按式 (3) 取相应线过程模拟值的加权和作为二维标准正态场的模拟值 x_i ,由下式变换得到对数正态场的模拟值:

$$y_i = \exp(\mu + x_i \sigma) \quad (8)$$

式中: μ 和 σ 分别为对数渗透系数的均值和标准差。

5 模拟结果分析

按上述随机场模拟原理和步骤编写了 Fortran 程序,对渗透系数随机场进行模拟,在整个研究域上模拟 5 m×5 m 的网格点。图 4 给出了渗透系数对数正态随机场的一个实现,通过随机场模拟可以得到无数个实现。

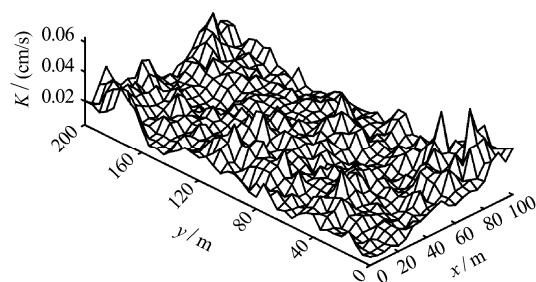


图 4 渗透系数随机场的一个实现

Fig.4 A realization of simulated permeability fields

为检验本文模拟方法的收敛性,共进行了 500 次模拟。图 5、6 分别为不同模拟次数时统计计算得到的对数渗透系数的样本均值和方差。由图可见,随着模拟次数的增加,样本均值快速趋近于理论值;样本方差在前面的模拟中收敛较快,后来收敛较慢,但相对误差不大于 1%,非常接近理论值。

本文采用转向带法模拟渗透系数随机场,首先产生标准正态场,然后在其基础上变换得到对数正态场,因此,产生的标准正态场能否保持应有的统计特性直接影响到随机场模拟结果的质量优劣,下面考察其统计性质。

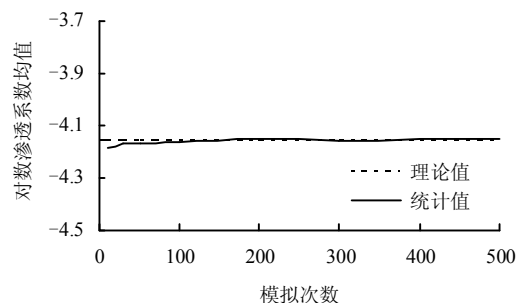


图 5 不同模拟次数的对数渗透系数的样本均值

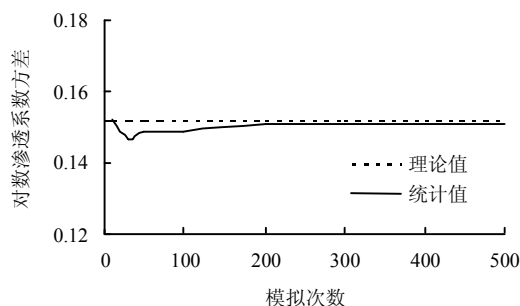
Fig.5 Sample mean of different simulations for $\ln K$ 

图 6 不同模拟次数的对数渗透系数的样本方差

Fig.6 Sample variance of different simulations for $\ln K$

图 7 为本文程序产生的标准正态场的某 10 个实现的频率图,对每个实现各点值按区间进行统计出现的次数,横坐标为区间中点,纵坐标为频率。由

图可见,10 个实现的频率图比较一致,基本呈现为对称分布,符合正态分布的特性。

此外,对不同模拟次数的样本协方差函数进行了统计,分别计算了 x 方向和 y 方向的样本协方差函数,结果如图 8 和图 9 所示。由图可见,随着模拟次数的增加,样本协方差函数逐渐趋于理论函数,由 100 次实现所得到的 x 方向和 y 方向上的样本协方差函数已经与理论协方差函数相当接近。

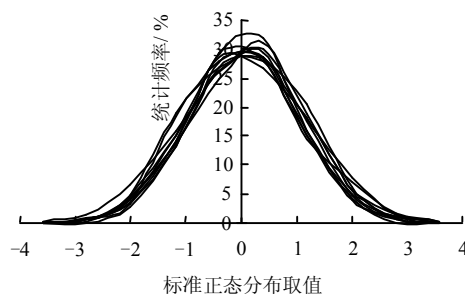
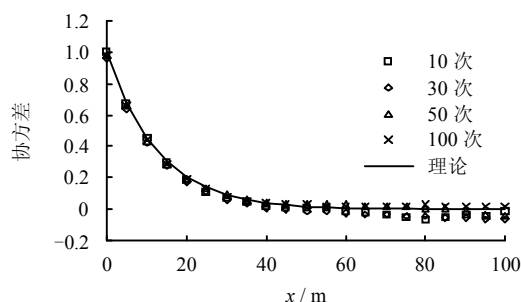
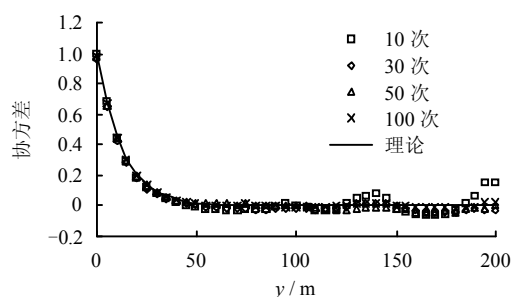


图 7 10 个实现的频率图

Fig.7 Plot of frequency of ten realizations

图 8 不同模拟次数的 x 方向样本协方差Fig.8 Sample covariance of x direction for different simulations图 9 不同模拟次数的 y 方向样本协方差Fig.9 Sample covariance of y direction for different simulations

6 结 论

应用地质统计学的理论和方法,本文对堤后 200 m×100 m 范围内表层砂性土渗透系数的空间变异性进行了分析和模拟,研究表明:

(1) 研究区内细砂的渗透系数服从对数正态分

布,在水平方向上具有各向同性,空间相关结构可用指数模型进行描述。

(2) 转向带法模拟渗透系数随机场具有较好的收敛性。本文采用 100~200 次模拟,样本统计矩即可收敛;转向带法产生的实现较好地保持了随机场的概率分布、均值、方差和相关结构等统计特性。研究成果为渗流场随机有限元分析提供了基础。

(3) 应当指出,地层的性质在深度和水平方向同时变化,有效获取数据资料对三维空间上渗透性进行空间变异分析和随机模拟,值得进一步研究。

参考文献

- [1] 王任铎,胡光道.线性地质统计学[M].北京:地质出版社,1989.
- [2] 胡小荣,唐春安.岩土力学参数随机场的离散研究[J].岩土工程学报,1999,21(4):450—455.
HU Xiao-rong, TANG chun-an. Research on discretion of the random field of rock and soil mechanical parameters[J]. **Chinese Journal of Geotechnical Engineering**, 1999, 21(4): 450—455.
- [3] 周小文,付晖,吴昌瑜.地层特性随机场插值方法应用研究[J].岩土力学,2005,26(2):221—224.
ZHOU Xiao-wen, FU Hui, WU Chang-yu. Application study of spatial interpolation method in geological random field[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2005, 26(2): 221—224.
- [4] 长江水利委员会综合勘测局.湖北省汉江遥堤整险加固初步设计工程地址勘察报告[R].武汉:长江水利委员会,2001.
- [5] 李小勇,谢康和,虞颜.土性指标相关距离性状的研究[J].土木工程学报,2003,36(8):91—95.
LI Xiao-yong, XIE Kang-he, YU Yan. Research of the characteristics of correlation distance on soil properties indexes[J]. **China Civil Engineering Journal**, 2003, 36(8): 91—95.
- [6] 黄冠华,谢永华.非饱和水分运动参数空间变异与最优估值研究[J].水科学进展,1999,10(2):101—106.
HUANG Guan-hua, XIE Yong-hua. Study on spatial variability and optimal estimation of unsaturated flow parameters[J]. **Advances in Water Science**, 1999, 10(2): 101—106.
- [7] 庞小朝,周小文,温庆博,等.随机场的模拟及其在堤坡可靠性分析中的应用[J].长江科学院院报,2002,19(4):27—29.
PANG Xiao-chao, ZHOU Xiao-wen, WEN Qing-bo, et al. Random fields simulation and its application to calculation of reliability of embankment[J]. **Journal of Yangtze River Scientific Research Institute**, 2002, 19(4): 27—29.
- [8] 史良胜,杨金忠,陈伏龙,等. Karhunen-Loeve 展开在土性各向异性随机场模拟中的应用研究[J].岩土力学,2007,28(11):2303—2308.
SHI Liang-sheng, YANG Jin-zhong, CHEN Fu-long, et al. Research on application of Karhunen-Loeve expansion to simulating anisotropic random field of soil property[J]. **Rock and Soil Mechanics**, 2007, 28(11): 2303—2308.
- [9] MANTOGLOU A, WILSON J L. The turning bands method for simulation of random fields using line generation by a spectral method[J]. **Water Resources Research**, 1982, 18(5): 1379—1394.
- [10] TOMPSON A F B, ABABOU R, GELHAR L W. Implementation of the three-dimensional turning bands random field generator[J]. **Water Resources Research**, 1989, 25(10): 2227—2243.
- [11] 张泽浦,王学军.土壤微量元素含量空间分布的条件模拟[J].土壤学报,1998,35(3):423—429.
ZHANG Ze-pu, WANG Xue-jun. Conditional simulation for spatial distribution of trace elements in soils[J]. **Acta Pedologica Sinica**, 1998, 35(3): 423—429.
- [12] 陈亚新,史海滨,田圃德,等.水盐空间变异性监测的条件模拟[J].水利学报,2000,(6):67—73.
CHEN Ya-xin, SHI Hai-bin, TIAN Pu-de. Study on conditional simulation of soil water-salt spatial variability monitoring[J]. **Journal of Hydraulic Engineering**, 2000, (6): 67—73.